**深圳大学期末考试卷**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 开/闭卷 | 闭卷 | A/B卷 | | | A |
| 课程编号 | 1300530001-07 | 课程名称 | 概率论与数理统计 | 学分 | 3 |

命题人(签字)审题人(签字)年月日

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 基本题总分 | 附加题 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 评卷人 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. 填空题（4分×8）
2. 设和相互独立，和，则=2/3。
3. 设是随机试验的三个相互独立的事件，已知，则至少有一个发生的概率是。
4. 设随机变量服从泊松分布服从二项分布，且相互独立，根据切比雪夫不等式有5/12。
5. 设服从正态分布服从均匀分布且相互独立，则0。
6. 设随机变量服从均匀分布, 则3/4。
7. 设二维离散型随机变量的联合分布律为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (1,0) | (1,1) | (2,0) | (2,1) |
|  | 0.4 | 0.2 | *a* | *b* |

若,则*a*= 0.1,*b*= 0.3。

1. 设连续型随机变量*X*的分布函数为，则随机变量的**分布函数**（以表示）为。
2. 设是某随机变量的概率密度，则区间*G*是。（已知。）
3. 选择题（3分×6）
4. 设随机事件与互不相容，且，则以下正确的是（D）。

A、B、C、D、

1. 设袋中有只黑球，只白球，每次从中取出一球，取后不放回，从中取两次，则第二次取出白球的概率为（D）。

A、B、 C、 D、

1. 若连续型随机变量*X*的分布函数为

则常数的取值为（ B ）

A、B、

C、 D、

1. 设随机变量的概率密度为,且,是的分布函数，则对任意实数（），有（ B ）。

A、 B、

C、 D、

1. 设随机变量，已知，则下列结论正确的是（C）。

A、 B、

C、 D、

1. 设（）是来自总体的样本，，并且未知，为样本均值，则以下结论中错误的是（ D）。

A、是的无偏估计

B、是的无偏估计

C、比更有效

D、是的最大无偏估计

1. 综合题（本大题共4小题，共50分）。
2. 古典概率。  
   (a) 如果掷两枚骰子，那么朝上的那一面数字之和为7的概率是多少？（6分）  
   (b) 一个碗里面一共有6个白球，5个黑球，随机地从里面取出3个球，那么恰好取出1个白球2个黑球的概率是多少？（6分）

解：  
(a) 假设所有的36种可能结果都是等可能地发生的。（1分）

这样，就有6种可能的结果满足数字之和等于7，

即 (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)。（2分）

因此，两枚骰子点数之和为7的概率应是6/36=1/6。（3分）

(b) 样本空间中一共存在=165种结果。（2分）

当然，这165种结果是等可能的。

与事件“1个白球，2个黑球”相关的结果有种。（2分）

因此，取出1个白球和2个黑球的概率为。（2分）

1. 设和的联合密度如下图的阴影部分所示

*y*

*y=-x*

*f*(*x,y*)

*x*

*y=x*

*O*

(a)求；（3分）提示：

(b)求的密度函数；（6分）

(c)求；（6分）

解：

1. （1分）

，（1分）

因此。（1分）

(b)因为联合密度只在上为非零，所以当时，

（3分）

当时，

（3分）

(c)（3分）

（3分）

1. 设一共投掷100枚均匀的六面骰，求点数之和在300和400之间（包括300和400）的概率的近似值。提示：利用中心极限定理。（10分）

解：

设表示第枚骰子的值，。由于

, 。（4分）

利用中心极限定理，可得

（4分）

（2分）

1. 设总体,其中为未知参数,为来自总体的样本，求  
   (a) 的矩估计量；（5分）  
   (b) 的最大似然估计量；（8分）

解：

(a)（3分）

解得：。（2分）

(b)，

似然函数为

（3分）

而（2分）

令，（1分）

解得，最大似然估计量。（1分）

四、附加题（30分）

1、一家公司有一份保单招标，两家保险公司竞标。规定标书的保险费必须是20万元至22万元之间。若两份标书保险费相差2千或2千元以上，招标公司将选择报价低者，否者就重新招标。设两家保险公司的报价是相互独立的，且都在20万至22万元之间均匀分布。试求招标公司需重新招标的概率。（15分）

解：

设以分别表示两家保险公司提出的保费。由假设和的概率密度均为：

（4分）

因相互独立，故的概率密度为

（4分）

按题意需求概率画出区域：

*y*

0.2

(22,22)

0.2

∆

G

0.2

0.2

∆

(20,20)

*x*

*O*

，以及矩形，（3分）

如图，它们的公共部分面积*G*为

*G*=正方形面积-2×三角形面积=4-1.8×1.8=0.76（2分）

所求概率。（2分）

2、设系统由两个独立工作的成败型元件串联而成（成败型元件只有两种状态：正常工作或失效)。元件1、元件2的可靠性分别为，，它们均未知。随机地取个系统投入试验，当系统中至少有一个元件失效时系统失效，现得到以下的试验数据：

—仅元件1失效的系统数；

—仅元件2失效的系统数；

—元件1，元件2至少有一个失效的系统数；

—未失效的系统数。

其中，。这里为隐蔽数据，也就是只知系统失效，但不能知道是由元件1还是元件2单独失效引起的，还是由元件1，2均失效引起的，设隐蔽与系统失效的真正原因独立。

(a) 试写出的似然函数。（7分）

(b) 设有系统寿命实验数据。试求的最大似然估计。（8分）

解：

(a) 为了写出似然函数，现在来求取到现有样本的概率。因共有个系统，因而似然函数是个因子的乘积，其中

对应于个仅原件1失效的系统有个因子：；（1分）

对应于个仅原件2失效的系统有个因子：；（1分）

对应于个原件1、2失效的系统有个因子：；（1分）

对应于个未失效的系统有个因子：。（1分）

故得似然函数为

（3分）

(b) 以代入上式，得似然函数为

（2分）

（2分）

令（2分）

解得的最大似然估计值为

（2分）